

**Министерство образования и науки Республики Татарстан  
Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Чистопольский сельскохозяйственный техникум имени Г.И. Усманова»**

**КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА  
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

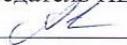
**ЕН.01 МАТЕМАТИКА**

**программы подготовки специалистов среднего звена (СПССЗ)**

**по специальности: 26.02.05 Эксплуатация судовых энергетических установок  
профиль: технологический**

Чистополь, 2022 г.

**РАССМОТРЕНО:**

Председатель ПЦК:  
 А.Р. Фатхутдинова  
Протокол заседания ПЦК  
№ 1 от «29» августа 2022г.

**УТВЕРЖДЕНО:**

Заместитель директора по НМР:  
 Т.А. Сатунина  
Заместитель директора по УР  
 И.М. Котельникова  
Протокол заседания НМС  
№ 1 от " 31 " августа 2022г.

Контрольно-оценочные материалы по общепрофессиональной дисциплине ЕН.01 Математика созданы в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины разработанной на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования 26.02.05 «Эксплуатация судовых энергетических установок», утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 26 ноября 2020г. №674.

**Организация - разработчик:** ГАПОУ «Чистопольский сельскохозяйственный техникум им. Г.И. Усманова»

**Разработчик:** Миндиярова Г.Р., преподаватель ГАПОУ «Чистопольский сельскохозяйственный техникум им. Г.И. Усманова»

**Эксперты:**

---

## Содержание

1. Общие положения.....	4
2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке .....	4
2.1. Формирование элементов профессиональных компетенций (ПК) и элементов общих компетенций (ОК) .....	4
2.2. Освоение умений и усвоение знаний .....	5
2.3. Формирование личностных результатов реализации программы воспитания по специальности .....	6
3. Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины по разделам, темам .....	7
4. Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины.....	8
4.1. Форма промежуточной аттестации по учебной дисциплине.....	8
4.2. Организация текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения программы учебной дисциплины.....	9
5. Задания для контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины.....	10
5.1. Задания для проведения текущего контроля.....	10
5.2. Задания для промежуточной аттестации .....	27
6. Рекомендуемая литература и иные источники .....	30

## ПРИЛОЖЕНИЯ

## **1. Общие положения**

Контрольно-оценочные средства (КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины **ЕН.01 «Математика»**.

КОС включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме **дифференцированного зачета**.

КОС разработаны в соответствии с программой подготовки специалистов среднего звена по специальности СПО 26.02.05 «Эксплуатация судовых энергетических установок», на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования 26.02.05 «Эксплуатация судовых энергетических установок», утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 26 ноября 2020г. №674.

## **2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке**

**Комплект контрольно-оценочных средств позволяет оценивать:**

*2.1. Формирование элементов профессиональных компетенций (ПК) и элементов общих компетенций (ОК)*

***Профессиональные компетенции:***

ПК 1.1. Планировать и осуществлять переход в точку назначения, определять местоположение судна.

ПК 1.3. Обеспечивать использование и техническую эксплуатацию технических средств судовождения и судовых систем связи.

ПК1.5. Осуществлять эксплуатацию судовых технических средств в соответствии с установленными правилами и процедурами, обеспечивающими безопасность операций и отсутствие загрязнения окружающей среды.

ПК 3.2. Руководить работой структурного подразделения.

ПК 3.3. Анализировать процесс и результаты деятельности структурного подразделения.

***Общие компетенции:***

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях;

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения;

ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять

знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях;

ОК 08. Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности;

ОК 09. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

## 2.2. Освоение умений и усвоение знаний

<b>Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)</b>	<b>основные показатели оценки результатов</b>
У1- решать простые дифференциальные уравнения	Использование основных методов решения простых дифференциальных уравнений; Дифференциал функции и его свойства; Вычисление дифференциала; Производные высших порядков; Дифференциальные уравнений первого и второго порядка; Геометрический и механический смысл производной.
У <sub>2</sub> - применять основные численные методы для решения прикладных задач	Применение в практической деятельности основных численных методов для решения прикладных задач; Владение основными понятиями, методами математического анализа, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятности для решения задач в области профессиональной деятельности
31- основные понятия и методы математического анализа	Демонстрация знаний основных понятий и методов математического анализа; Основные понятия, определения, теоремы и методы математического анализа. Основные понятия, определения, теоремы и методы линейной алгебры. Основные понятия, определения, теоремы и методы теории комплексных чисел.
32- основы теории вероятностей и математической статистики	Полное раскрытие основ теории вероятностей и математической статистики; Основные понятия, определения, теоремы и методы теории вероятности. Основные понятия, определения, теоремы и методы математической статистики.
33- основы теории дифференциальных уравнений	Демонстрация знаний по основам теории дифференциальных уравнений; Основные понятия, определения, теоремы и методы интегрального исчисления. Основные понятия, определения, теоремы и методы дифференциального исчисления.

**2.3. Формирование личностных результатов реализации программы воспитания по специальности**

Код ЛР	Личностные результаты реализации программы воспитания	Формы и методы контроля и оценки результатов
ЛР 4	Проявляющий и демонстрирующий уважение к людям труда, осознающий ценность собственного труда. Стремящийся к формированию в сетевой среде лично и профессионального конструктивного «цифрового следа»	– демонстрация интереса к будущей профессии; – готовность к общению и взаимодействию с людьми самого разного статуса, этнической, религиозной принадлежности и в многообразных обстоятельствах.
ЛР 13	Демонстрирующий умение эффективно взаимодействовать в команде, вести диалог, в том числе с использованием средств коммуникации	– оценка собственного продвижения, личного развития; – участие в исследовательской и проектной работе; – участие в конкурсах профессионального мастерства, олимпиадах по профессии, викторинах, в предметных неделях; – соблюдение этических норм общения при взаимодействии с обучающимися, преподавателями, мастерами и руководителями практики; – конструктивное взаимодействие в учебном коллективе/бригаде; – демонстрация навыков межличностного делового общения, социального имиджа; – проявление культуры потребления информации, умений и навыков пользования компьютерной техникой, навыков отбора и критического анализа информации, умения ориентироваться в информационном пространстве.
ЛР 14	Демонстрирующий навыки анализа и интерпретации информации из различных источников с учетом нормативно-правовых норм	– проявление культуры потребления информации, умений и навыков пользования компьютерной техникой, навыков отбора и критического анализа информации, умения ориентироваться в информационном пространстве.

ЛР 15	Демонстрирующий готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности	<ul style="list-style-type: none"> <li>– демонстрация интереса к будущей профессии;</li> <li>– участие в исследовательской и проектной работе;</li> <li>– участие в конкурсах профессионального мастерства, олимпиадах по профессии, викторинах, в предметных неделях;</li> <li>– конструктивное взаимодействие в учебном коллективе/бригаде;</li> <li>– демонстрация навыков межличностного делового общения, социального имиджа;</li> <li>– готовность к общению и взаимодействию с людьми самого разного статуса, этнической, религиозной принадлежности и в многообразных обстоятельствах;</li> <li>– проявление культуры потребления информации, умений и навыков пользования компьютерной техникой, навыков отбора и критического анализа информации, умения ориентироваться в информационном пространстве;</li> <li>– участие в конкурсах профессионального мастерства и в командных проектах.</li> </ul>
-------	--	--

### 3. Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины по разделам, темам

Наименование раздела, темы	Показатели оценки результата	Формы контроля и оценивания
<b>Введение. Роль дисциплины в подготовке специалистов.</b>	ОК 01, ПК 1.1, ЛР 13, ЛР 14, ЛР 15	Устный опрос
<b>Раздел 1.</b>		
<b>Тема 1.1. Матрицы и действия над ними.</b>	ОК 03, ПК 3.2, ЛР 15	Устный опрос ПР, задание № 2, ПР, задание № 3 Расчётное задание 1
<b>Тема 1.2. Определители и их свойства.</b>	ОК 06, ПК 1.1, ЛР 15	Тесты, практическая работа
<b>Тема 1.3. Система линейных уравнений и их исследование.</b>	ОК 01, ОК 05, ПК 1.3, ЛР 13	Устный опрос СР, задание №4
<b>Раздел 2.</b>		
<b>Тема 2.1. Уравнения плоскости и прямой.</b>	ОК 01-ОК 05, ОК 09, ПК 1.1, ЛР 4, ЛР 15	Фронтальный опрос КР -1 ПР, задание № 5, Расчётное задание 2 Дифференцированный зачёт Задание 1 Задание 2
<b>Тема 2.2. Кривые второго порядка.</b>	ОК 01-ОК 09, ПК 1.1, ЛР 4, ЛР 15	КР-2 Дифференцированный зачёт Задание 3
<b>Раздел 3.</b>		
<b>Тема 3.1. Множества и пределы.</b>	ОК 09, ОК 07, ПК 1.5. ЛР 15	КР-3 Фронтальный опрос СР Расчётное задание 3
<b>Тема 3.2. Вычисление пределов.</b>	ОК 08, ПК 1.3, ЛР 14	КР-4
<b>Раздел 4.</b>		
<b>Тема 4.1. Производная функции. Производные высших порядков</b>	ОК 04, ПК 1.1, ЛР 15	Фронтальный опрос СР

Тема 4.2. Возрастание, убывание функции. Механический смысл второй производной	ОК 03, ПК 1.1, ЛР 13	Фронтальный опрос СР
Тема 4.3. Точки экстремума. Точки перегиба. Наибольшее и наименьшее значение функции.	ОК 09, ПК 1.1, ЛР 4	Расчётное задание 4
<b>Раздел 5</b>		
Тема 5.1. Первообразная функция. Неопределённый интеграл и его свойства.	ОК 08, ПК 3.2, ЛР 13, ЛР 15	Фронтальный опрос СР, ПР, Расчётное задание 5
Тема 5.2. Методы интегрирования.	ОК 08, ПК 1.1, ПК 1.3, ЛР 13	КР-5
Тема 5.3. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определённый интеграл и его свойства.	ОК 01, ОК 11, ПК 1.1, ПК 1.3, ЛР 14, ЛР 15	Фронтальный опрос СР, ПР,
Тема 5.4. Методы интегрирования определённого интеграла.	ОК 01-ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.3, ПК 3.2, ЛР 14, ЛР 15	Фронтальный опрос СР, ПР,
Тема 5.5. Решение физических, технических задач, связанных с понятием определённого интеграла	ОК 07, ПК 3.2	КР-6
<b>Раздел 6.</b>		
Тема 6.1. Приближённые методы вычисления определённого интеграла.	ОК 01-ОК 05, ОК 09, ПК 1.3, ПК 3.2, ЛР 14, ЛР 15	Фронтальный опрос СР, ПР, Расчётное задание 6 КР-7, КР-8
<b>Раздел 7.</b>		
Тема 7.1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям	ОК 04, ПК 1.3, ЛР 4, ЛР 14	Фронтальный опрос СР, ПР
Тема 7.2. Дифференциальные уравнения 1 порядка	ОК 01, ПК 1.1, ПК 1.3, ПК 3.2	Расчётное задание 7
Тема 7.3. Понятие о дифференциальных уравнениях высших порядков. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2 порядка с постоянными коэффициентами и общие методы их решения.	ОК 09, ПК 1.1, ЛР 14, ЛР 15	КР-9
<b>Раздел 8.</b>		
Тема 8.1. Понятие события. Вероятность события. Случайная величина, её функция распределения	ОК 03, ПК 3.2, ЛР 14	Фронтальный опрос СР, ПР, Расчётное задание 8 КР-10
Тема 8.2. Закон распределения случайной величины.	ОК 01-ОК 03, ОК 09, ОК 11, ПК 1.1, ПК 1.3, ПК 3.2, ЛР 14, ЛР 15	Фронтальный опрос КР-11

#### 4. Система контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины

##### 4.1. Форма промежуточной аттестации по учебной дисциплине

Учебная дисциплина	Формы промежуточной аттестации
1	2
ЕН.01 Математика	Дифференцированный зачет

#### *4.2. Организация текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения программы учебной дисциплины*

В период обучения по образовательной программе СПО осуществляется текущий контроль успеваемости студентов, промежуточная и итоговая аттестация по учебным дисциплинам.

Текущий контроль осуществляется в пределах учебного времени, отведенного на учебную дисциплину, оценивается по пятибалльной шкале. Текущий контроль проводится с целью объективной оценки качества освоения программы дисциплины, а также стимулирования учебной деятельности студентов, подготовки к промежуточной аттестации и обеспечения максимальной эффективности учебного процесса. Для оценки качества подготовки используются различные формы и методы контроля. Текущий контроль учебной дисциплины осуществляется в форме устного опроса; защиты практических заданий, реферата, творческих работ; выполнения контрольных и тестовых заданий; решения ситуационных задач и других форм контроля, предусмотренных программой учебной дисциплины.

Промежуточная аттестация проводится в форме, предусмотренной планом учебного процесса: дифференцированного зачета.

В период сложной санитарно-эпидемиологической обстановки или других ситуациях невозможности очного обучения и проведения аттестации студентов техникум реализует образовательные программы или их части с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий в предусмотренных законодательством формах обучения или при их сочетании, при проведении учебных занятий, практик, текущего контроля успеваемости, промежуточной, итоговой и (или) государственной итоговой аттестации обучающихся.

Формы и процедура текущего контроля и промежуточной аттестации знаний студентов определяются положениями: «О текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся», «О применении электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ», «Об организации образовательного процесса в ГАПОУ «Чистопольский сельскохозяйственный техникум имени Г.И. Усманова».

## 5. Задания для контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины

### 5.1. Задания для проведения текущего контроля

#### Раздел 1. Линейная алгебра

##### Практическая работа №1 «Вычисление определителей высших порядков» Краткие теоретические сведения

#### 1. Вычисление определителя 2-го порядка

Рассмотрим прямоугольную таблицу, состоящую из 2-х строк и 2-х столбцов. Такая таблица обозначается  $\Delta$  и называется определителем 2-го порядка по количеству строк и столбцов. Определитель вычисляется по формуле:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

Например:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = 5 \cdot (-4) - 3 \cdot 2 = 14$$

#### 2. Вычисление определителя 3-го порядка

Пусть дано 9 чисел, расположенных на определенных местах квадратной таблицы, состоящей из трех строк и трех столбцов

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_1 c_3 - a_3 b_2 c_1.$$

Определитель третьего порядка равен сумме произведений чисел, стоящих на главной диагонали и на прямых, //ей, за минусом произведений, стоящих на побочной диагонали и на прямых, //ей.

Например:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 30 + 16 - 12 - 10 - 4 = 21.$$

Если в определителе III порядка вычеркнуть 1 строку и 1 столбец, то оставшиеся 4 элемента образуют определитель II порядка, который называется *минором* элемента, стоящего на пересечении вычеркнутых рядов.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - \text{минор элемента } a_1$$
$$\Rightarrow \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} - \text{минор элемента } c_3$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} - \text{минор элемента } b_2.$$

**Определение:** Алгебраическим дополнением элемента определителя является его минор, умноженный на  $(-1)^k$ , где  $k$  равно сумме номеров строки и столбца, на пересечении которых находится данный элемент.

Алгебраическое дополнение элемента  $a_1$  обозначают  $A_1$ ,  $b_2 - B_2$  и т. д.

$$\text{Например: } b_3 - B_3 = (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$c_1 - C_1 = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}.$$

**ТЕОРЕМА:** Определитель третьего порядка равен сумме попарных произведений элементов любого ряда на алгебраическое дополнение этих элементов.

**ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:**

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_3 b_2 c_1 - a_2 b_1 c_3 - a_1 b_3 c_2.$$

Возьмем какой-нибудь ряд определителя, например, вторую строку и подсчитаем сумму вида:

$$a_2 \cdot A_2 + b_2 \cdot B_2 + c_2 \cdot C_2 = a_2 \cdot \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + b_2 \cdot \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_2 \cdot \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} = a_2 \cdot \left( - \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} \right) +$$

$$+ b_2 \cdot (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_2 \cdot (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} = -a_2(b_1 c_3 - b_2 c_1) + b_2(a_1 c_3 - a_3 c_1) - c_2(a_1 b_3 -$$

$$- a_3 b_1) = -a_2 b_1 c_3 + a_2 b_3 c_1 + b_2 a_1 c_3 - b_2 a_3 c_1 - c_2 a_1 b_3 + c_2 a_3 b_1 \Rightarrow$$

$$\Delta = -a_2 \cdot A_2 + b_2 \cdot B_2 - c_2 \cdot C_2 - \text{разложение определителя по элементам второй строки.}$$

$$\Delta = c_1 \cdot C_1 + c_2 \cdot C_2 + c_3 \cdot C_3 \text{ и т. п.}$$

$$\Delta = a_1 \cdot A_1 + b_1 \cdot B_1 + c_1 \cdot C_1 - \text{по элементам I строки}$$

Например: Разложим определитель по элементам I строки

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 4 & -17 & 5 \\ 10 & 5 & 3 \end{vmatrix} = a_1 A_1 + b_1 B_1 + c_1 C_1 = 0 \cdot (-1)^2 \cdot \begin{vmatrix} -17 & 5 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 10 & 3 \end{vmatrix} +$$

$$+ (-1) \cdot (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -17 \\ 10 & 5 \end{vmatrix} = -1 \cdot (20 + 170) = -190.$$

Значит  $\Delta = a_1 \cdot \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \cdot \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \cdot \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$ .

**Свойства определителя:**

- 1). Определитель не изменится, если его строки заменить столбцами, а столбцы – строками.
- 2). При перестановке двух строк или столбцов определитель меняет знак.
- 3). Если в определителе два ряда совпадают, то он равен нулю.
- 4). При умножении всех элементов ряда на число  $\lambda$ , определитель тоже умножается на  $\lambda$ .
- 5). Если элементы одного ряда определителя пропорциональны элементам другого параллельного ряда, то определитель равен нулю.
- 6). Определитель не изменится, если к элементам ряда прибавить соответствующие элементы параллельного ряда, умноженные на одно и то же число.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 5 & -6 & -4 \\ -4 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -6 & -4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 3 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -6 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= 3 \cdot (-18 + 20) - 4 \cdot (15 - 16) + 2 \cdot (25 - 24) = 3 \cdot 2 - 4 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 = 12.$$

**САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА №1**

**Выполнить следующие задания:**

1. Вычислить определитель второго порядка:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & -5 \\ 9 & -4 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель третьего порядка способами:

- а). звездочкой
- б). по правилу Саррюса
- в). разложением по элементам первой строки

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель 4 порядка с использованием метода разложения определителя по элементам 1 строки

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & -2 & -4 \\ 1 & 5 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

**Условия выполнения задания**

1. Место (время) выполнения задания: задание выполняется в аудитории во время занятия.
2. Максимальное время выполнения задания: 90 мин.
3. Вы можете воспользоваться конспектом лекций, учебником

**Шкала оценки образовательных достижений**

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

**Шкала оценки образовательных достижений применяется для всех последующих заданий.**

## Расчетное задание №1

### Текст задания

#### Вариант 1

1. Найти матрицу  $C=A+3B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

#### Вариант 2

1. Найти матрицу  $C=2A-B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5. \end{cases}$$

#### Вариант 3

1. Найти матрицу  $C=3A+B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

#### Вариант 4

1. Найти матрицу  $C=A-4B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

#### Вариант 5

1. Найти матрицу  $C=4A-B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

#### Вариант 6

1. Найти матрицу  $C=A+2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

## Раздел 2. Аналитическая геометрия

### Расчетное задание №2

#### Вариант 1

Даны векторы  $\vec{a}(9;-2;1)$  и  $\vec{b}(4;3;0)$  (для № 1-5).

1. Найти  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

2. Найти  $(\vec{a} \wedge \vec{b})$ .
3. Найти  $\vec{a}^2$ .
4. Найти  $|\vec{b}|$ .
5. Найти координаты векторов  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{f} = -3\vec{a}$ .
6. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки  $A(0; 0)$ ,  $B(3; -4)$ ,  $C(-3; 4)$ . Определить расстояние между точками  $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$ ,  $A$  и  $C$ .
7. Построить точки, заданные полярными координатами:  $A(2; \pi/2)$ ,  $B(3; \pi/4)$ ,  $C(3; 3\pi/4)$ .
8. Даны точки в полярной системе координат  $A(2; \pi/4)$ ,  $B(4; \pi/2)$ . Найти их прямоугольные координаты.

## Вариант 2

Даны векторы  $\vec{a}(-3; 2; 1)$  и  $\vec{b}(3; 0; 4)$  (для № 1-5).

1. Найти  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .
2. Найти  $(\vec{a} \wedge \vec{b})$ .
3. Найти  $\vec{a}^2$ .
4. Найти  $|\vec{b}|$ .
5. Найти координаты векторов  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{f} = -3\vec{a}$ .
6. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки  $A(0; 0)$ ,  $C(-3; 4)$ ,  $D(-2; 2)$ ,  $E(10; -3)$ . Определить расстояние между точками  $C$  и  $D$ ,  $A$  и  $D$ ,  $D$  и  $E$ .
7. Построить точки, заданные полярными координатами:  $A(4; 0)$ ,  $B(2; 3\pi/2)$ ,  $C(3; \pi)$ .
8. Даны точки в прямоугольной системе координат  $A(0; 5)$ ,  $B(-3; 0)$ ,  $C(\sqrt{3}; 1)$ . Найти их полярные координаты.

## Раздел 3. Введение в математический анализ

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА №3

Задание 1.

**1. Тема: Решение задач на нахождение производных сложных функций.**

2. Количество часов: 2

3. Цель работы: отработать умение вычислять производные сложных функций.

4. Необходимые знания для выполнения задания:

#### КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

*Правила дифференцирования (нахождения производных):*

$$1. (U + V - W)' = U' + V' - W' \quad 3. (CU)' = CU' \quad 5. \left(\frac{U}{C}\right)' = \frac{1}{C} \cdot U'$$

$$2. (U \cdot V)' = U'V + UV' \quad 4. \left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2} \quad 6. \left(\frac{C}{V}\right)' = -\frac{C}{V^2} \cdot V'$$

*Производная сложной функции:  $f(\varphi(x))' = f'(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x)$*

*Формулы дифференцирования:*

$$1) (u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u' \quad (\alpha \in \mathbb{R});$$

$$2) (a^u)' = a^u \ln a \cdot u';$$

$$4) (\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a} u';$$

$$6) (\sin u)' = \cos u \cdot u';$$

$$8) (\operatorname{tg} u)' = \frac{1}{\cos^2 u} u';$$

$$10) (\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} u';$$

$$12) (\operatorname{arctg} u)' = \frac{1}{1+u^2} u';$$

$$3) (e^u)' = e^u u';$$

$$5) (\ln u)' = \frac{1}{u} u';$$

$$7) (\cos u)' = -\sin u \cdot u';$$

$$9) (\operatorname{ctg} u)' = -\frac{1}{\sin^2 u} u';$$

$$11) (\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} u';$$

$$13) (\operatorname{arcctg} u)' = -\frac{1}{1+u^2} u';$$

### 5. Пример выполнения заданий

Найти производные функций

$$1. y = (x^2 - 5x + 8)^6$$

*Решение:* Полагая  $u = x^2 - 5x + 8$ , получим  $y = u^6$ . По формуле  $(u^n)' = nu^{n-1}u'$  находим:

$$y' = 6u^5 \cdot u' = 6(x^2 - 5x + 8)^5 \cdot (x^2 - 5x + 8)' = 6(x^2 - 5x + 8)^5 (2x - 5)$$

$$2. y = \frac{1}{(x^2 - 1)^4}$$

*Решение:* Применим  $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{1}{u^2} \cdot u'$  и формулу из предыдущего примера, получим

$$y' = -\frac{1}{((x^2 - 1)^4)^2} \cdot ((x^2 - 1)^4)' = -\frac{1}{(x^2 - 1)^8} \cdot 4(x^2 - 1)^3 \cdot (x^2 - 1)' = -\frac{1}{(x^2 - 1)^8} \cdot 4(x^2 - 1)^3 \cdot 2x = -\frac{8x}{(x^2 - 1)^5}$$

$$3. f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

*Решение:* По формуле  $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$  находим

$$f'(x) = (\sqrt{4 - x^2})' \cdot (4 - x^2)' = \frac{1}{2\sqrt{4 - x^2}} \cdot (-2x) = -\frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$$

$$4. y = (x^2 + 6)\sqrt{x^2 - 3}$$

*Решение:* По формуле производной произведения получим

$$y' = (x^2 + 6)' \sqrt{x^2 - 3} + (x^2 + 6)(\sqrt{x^2 - 3})' = 2x\sqrt{x^2 - 3} + \frac{2x}{2\sqrt{x^2 - 3}}(x^2 + 6) = \frac{2x^3 - 6x + x^3 + 6x}{\sqrt{x^2 - 3}} = \frac{3x^3}{\sqrt{x^2 - 3}}$$

$$5. y = \sqrt[3]{(x^3 + 1)^2}$$

*Решение:* Заменяем кубический корень дробным показателем и по формуле из примера 1 найдем производную степени:

$$y = \sqrt[3]{(x^3 + 1)^2} = (x^3 + 1)^{\frac{2}{3}};$$

$$y' = \left( (x^3 + 1)^{\frac{2}{3}} \right)' = \frac{2}{3} (x^3 + 1)^{-\frac{1}{3}} \cdot (x^3 + 1)' = \frac{2}{3} (x^3 + 1)^{-\frac{1}{3}} \cdot 3x^2 = \frac{2x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}$$

**Задание для самостоятельной работы:**

Вычислите производные следующих функций:

*Вариант 1.*

1)  $y = (x^3 - 2x^2 + 5)^3$ ;

2)  $y = \sqrt{1 - 3\sin x}$ ;

3)  $y = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2 + 2x}}$ ;

4)  $y = x^2 e^{-x}$ .

5)  $y = \sqrt[3]{(2x-1)^2}$ .

*Вариант 2*

1)  $y = (1 - 2x^3)^6$ ;

2)  $y = \sqrt{x^3 + 2x - 1}$ ;

3)  $y = \frac{2}{\sqrt[5]{8x-3}}$ ;

4)  $y = \sqrt{11x+12} \cdot \operatorname{ctg}(5-8x)$ .

5)  $y = \sqrt[3]{x^3 - 1}$ .

*Вариант 3.*

1)  $y = (2x^3 + 3x^2 - 4)^3$ ;

2)  $y = \sqrt{3x + \cos 2x}$ ;

3)  $y = \frac{1}{(1+2x^3)^4}$ ;

4)  $y = (x+2)e^{-x}$ ;

5)  $y = \arcsin(e^{4x})$ .

*Вариант 4.*

1)  $y = (x^4 - 1)^7$ ;

2)  $y = \sqrt{x^2 - 4x + 6}$ ;

3)  $y = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}}$ ;

4)  $y = (2x-1)\sqrt{1-3x}$ ;

5)  $y = \sin^3 x$ .

*Вариант 5.*

1)  $y = (3x^2 + 4x + 5)^{17}$ ;

2)  $y = \sqrt{1+5\cos x}$ ;

3)  $y = \ln(x^2 - 3x + 7)$ ;

4)  $y = \operatorname{tg} \sqrt{6x+7} \cdot \sqrt{12x+5}$ ;

5)  $y = \sin^2 x$ .

*Вариант 6.*

1)  $y = \left(x^8 + \frac{1}{x}\right)^{21}$ .

2)  $y = \sqrt{2x^3 + 5x^2}$ ;

3)  $y = \ln \operatorname{tg} 5x$ ;

4)  $y = \sin \sqrt{2x-5} \cdot \cos x$ ;

5)  $y = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}x - 7\right)^2}$ .

*Вариант 7.*

1)  $y = (3x^2 - 5x + 2)^2$ ;

2)  $y = \sqrt{2x - \sin 2x}$ ;

3)  $y = \ln(x^2 + 2x + 1)$ ;

4)  $y = \sin(2x + 3) \cdot \cos x$ ;

5)  $y = \sqrt[7]{\frac{1}{11}x^{11} + 7x^8}$ ;

*Вариант 8.*

1)  $y = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x^2}\right)^3$ ;

2)  $y = \sqrt{x^2 - 8x + 12}$ ;

3)  $y = \frac{1}{\arccos x}$ ;

4)  $y = \sin 3x \cdot \sqrt{7x-3}$ .

5)  $y = \frac{4}{7} \sqrt{x^6 + x^5}$ .

*Вариант 9.*

1)  $y = (x^2 + 3x - 4)^5$ ;

2)  $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$ ;

3)  $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ ;

4)  $y = \operatorname{tg}(2,5x - 3) \cdot \sqrt{x-1}$ ;

5)  $y = \frac{1}{\cos^3 \frac{x}{3}}$ .

*Вариант 10.*

1)  $y = (2x^2 - x - 3)^6$ ;

$$2) y = \sqrt{x^2 - 6x + 5};$$

$$3) y = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2 + 2x}};$$

$$4) y = \cos(0,5x + \pi) \cdot \operatorname{tg}(3x + \pi);$$

$$5) y = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}.$$

### Расчетное задание №3

#### Текст задания

##### Вариант 1

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 15}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 5}{3x - 6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{\frac{x}{3}}.$$

##### Вариант 2

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 6}{2x - 4}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 13x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{12}{x}\right)^{\frac{x}{4}}.$$

### Вариант 3

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4}{2x - 6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{15}{x}\right)^{\frac{x}{5}}.$$

### Вариант 4

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 25}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 1}{2x - 10}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 19x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{2x}.$$

### Вариант 5

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 36}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 3}{3x - 12}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 14x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x}\right)^{3x}.$$

### Вариант 6

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x^2 - 11x + 18}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x - 5}{2x - 12}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 19x}{\sin 3x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{14}{x}\right)^{2x}.$$

## Раздел 4. Дифференциальное исчисление

### Расчетное задание №4

#### Текст задания

#### Вариант 1

1. Найти производную функции  $y = \sin^6(4x^3 - 2)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 3x^4 + \cos 5x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \frac{3}{x}$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ ,  $x_0 = 1$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

#### Вариант 2

1. Найти производную функции  $y = \cos^4(6x^2 + 9)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 2x^5 - \sin 3x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 2x - x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 2$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^3 - 4t^2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

#### Вариант 3

1. Найти производную функции  $y = tg^5(3x^4 - 13)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 4x^3 - e^{5x}$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^2 + 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 1$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = \frac{1}{4}t^4 + t^2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

#### Вариант 4

1. Найти производную функции  $y = ctg^4(5x^3 + 6)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 5x^4 - \cos 4x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3 - 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ ,  $x_0 = 2$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^4 - 2t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

#### Вариант 5

1. Найти производную функции  $y = \arcsin^3 7x^2$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 4x^4 + \sin 2x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = tgx$  в точке с абсциссой  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = 2t^3 - 8$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

#### Вариант 6

1. Найти производную функции  $y = arctg^6 5x^4$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 6x^5 + e^{4x}$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 1 + \cos x$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^4 + 2t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

## Раздел 5. Интегральное исчисление

### Расчетное задание №5

#### 1. Текст задания

##### Вариант 1

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1.  $\int \left( 5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx$ .

$$2. \int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$$

$$3. \int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$$

$$4. \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{1+16x^2}.$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (8x-4)^3 dx.$$

$$7. \int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx.$$

$$8. \int x^5 \cdot e^{x^6} dx.$$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:  $\int (x+5) \cos x dx$

.

## Вариант 2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

$$1. \int \left( 6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$$

$$3. \int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx.$$

$$4. \int \left( \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}.$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (7x+5)^4 dx.$$

$$7. \int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx.$$

$$8. \int x^7 \cdot e^{x^8} dx.$$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:  $\int (x-2) \sin x dx$ .

## Раздел 6. Приближённые методы вычисления

### Расчетное задание №6

#### Текст задания

#### Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx$ .
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:  $\int_2^3 (2x - 1)^3 dx$ .
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = 2$ .
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ .
5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 3t^2 + 2t + 1$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

### Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$ .
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:  $\int_0^1 (3x + 1)^4 dx$ .
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$ .
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .
5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 9t^2 - 8t$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за четвертую секунду.

## Раздел 7. Дифференциальные уравнения

### Расчетное задание №7

#### Текст задания

#### Вариант 1

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

1.  $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x$ ,  $y'' + 4y' - 5y = 0$ .

2.  $y = c_1 e^x + c_2 x e^x$ ,  $y'' + 2y' + y = 0$ .

3.  $y = \frac{8}{x}$ ,  $y' = -\frac{1}{8} y^2$ .

4.  $y = e^{4x} + 2$ ,  $y' = 4y$ .

5. Решить задачу Коши:  $y' = 4x^3 - 2x + 5$ ,  $y(1) = 8$ .

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

6.  $y' = \frac{1}{\cos^2 x} + x^4$ .

7.  $y' = -6y$ .

$$8. \quad y' = \frac{x-1}{y^2}.$$

$$9. \quad y' = \frac{y}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$10. \quad y' - 3y + 5 = 0.$$

$$11. \quad y'' - 7y' + 10y = 0.$$

$$12. \quad y'' + 4y' + 4y = 0.$$

### Вариант 2

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

$$1. \quad y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x}, \quad y'' + 4y' + 4y = 0.$$

$$2. \quad y = c_1 e^{3x} + c_2 e^x, \quad y'' - y' - 6y = 0.$$

$$3. \quad y = e^{3x} - 5, \quad y' = 3y + 15.$$

$$4. \quad y = \frac{5}{x}, \quad y' = -y^2.$$

$$5. \quad \text{Решить задачу Коши: } y' = 3x^2 - 2x + 6, \quad y(2) = 19.$$

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

$$6. \quad y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - x^7.$$

$$7. \quad y' = 8y.$$

$$8. \quad y' = \frac{2x}{y^2}.$$

$$9. \quad y' = \frac{y}{1+x^2}.$$

$$10. \quad y' + 8y - 3 = 0.$$

$$11. \quad y'' + 8y' + 16y = 0.$$

$$12. \quad y'' - y' - 12y = 0.$$

## Раздел 8. Основы теории вероятностей и математической статистики

### Расчетное задание №8

#### Текст задания

1. Из корзины, в которой находятся 4 белых и 7 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
2. Определить вероятность появления «герба» при бросании монеты.
3. В корзине 20 шаров: 5 синих, 4 красных, остальные черные. Выбирают наудачу один шар. Определить, с какой вероятностью он будет цветным.
4. Событие  $A$  состоит в том, что станок в течение часа потребует внимания рабочего. Вероятность этого события составляет 0,7. Определить, с какой вероятностью станок не потребует внимания.

5. В одной корзине находятся 4 белых и 8 черных шаров, в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
6. Бросают две монеты. Определить, с какой вероятностью появится «герб» на обеих монетах.
7. В лотерее 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и двадцать выигрышей по 50 рублей. Пусть  $X$  – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины  $X$ .
8. Случайная величина  $X$  задана законом распределения:

1	4	6
0,1	0,6	0,3

Найти ее математическое ожидание.

9. Согласно статистике, вероятность того, что двадцатипятилетний человек проживет еще год, равно 0,992. Компания предлагает застраховать жизнь на год на 1000 у.е. с уплатой 10 у.е. взноса. Определить, какую прибыль ожидает компания от страховки одного двадцатипятилетнего человека.
10. Случайная величина  $X$  задана законом распределения:

1	5	8
0,1	0,2	0,7

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение этой случайной величины  $X$ .

11. Случайные величины  $X$  и  $Y$  заданы законом распределения. Найти математическое ожидание этих случайных величин и определить по таблицам, какая из данных величин более рассеяна. Подсчитать дисперсии  $D(X)$  и  $D(Y)$ . Убедиться, что  $D(X) > D(Y)$ .

$X$	2	20	28	50
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$Y$	23	25	26
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

**Комплект заданий для выполнения  
контрольной работы по дисциплине ЕН.01 Математика**

**Вариант 1**

- 1) Найти производную сложной функции:  $f(x) = \frac{2}{3} \sqrt{3 \sin x - 5}$
- 2) Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{3x^2 - x - 14}{x^2 + 8x - 12} \right)$
- 3) Найти частные производные и смешанную производную заданной функции:

$$z = 4y^2 \cos x - 2x^3 y + \frac{1}{2} x^2 - y$$

**Вариант 2**

- 1) Найти производную сложной функции:  $f(x) = \frac{\cos 7x}{\sqrt{1 - 3x^4}}$
- 2) Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x^2 - 3x + 1} \right)$

3) Найти частные производные и смешанную производную заданной функции:

$$z = -3x^2 \operatorname{Sin} y + y^2 x - 2xy + x - y$$

### Вариант 3

1) Найти производную сложной функции:  $f(x) = \frac{\operatorname{arctg} 9x}{2 - 8x^2}$

2) Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 - 3x + 2}{14 - x - 3x^2} \right)$

3) Найти частные производные и смешанную производную заданной функции:

$$z = 2y^4 \operatorname{Sin} x - \frac{1}{3} x^3 y^2 + 4xy - x$$

### Вариант 4

1) Найти производную сложной функции:  $f(x) = (x^3 - 4\sqrt{x^3} + 2)^3$

2) Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 - 3x + 2}{14 - x - 3x^2} \right)$

3) Найти частные производные и смешанную производную заданной функции:

$$z = -5x^3 \operatorname{Cos} y + 2x^2 y^3 - 4xy^2 + xy - y$$

**Ответы:**

№	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1)	$\frac{\operatorname{Cos} x}{\sqrt{3 \operatorname{Sin} x - 5}}$	$\frac{-7 \operatorname{Sin} 7x \sqrt{1 - 3x^4} + 6x^3 \operatorname{Cos} 7x}{(1 - 3x^4) \sqrt{1 - 3x^4}}$	$\frac{18 - 72x^2}{1 + 81x^2} + 16x * \operatorname{arctg} 9x}{(2 - 8x^2)^2}$	$3(x^3 - 4\sqrt{x^3} + 2) \left( 3x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}} \right)$
2)	0	4	0	$\frac{1}{-13}$
3)	$\frac{\partial z}{\partial x} = -4y^2 \operatorname{Sin} x - 6x^2 y + x$ $\frac{\partial z}{\partial y} = 8y \operatorname{Cos} x - 2x^3 - 1$ $\frac{\partial z}{\partial x \partial y} = -8y \operatorname{Sin} x - 6x^2$	$\frac{\partial z}{\partial x} = -6x \operatorname{Sin} y + y^2 - 2y + 1$ $\frac{\partial z}{\partial y} = -3x^2 \operatorname{Cos} y + 2xy - 2x - 1$ $\frac{\partial z}{\partial x \partial y} = -6x \operatorname{Cos} y + 2y - 2$	$\frac{\partial z}{\partial x} = 2y^4 \operatorname{Cos} x - x^2 y^2 + 4y - 1$ $\frac{\partial z}{\partial y} = 8y^3 \operatorname{Sin} x - \frac{2}{3} x^3 y + 4x$ $\frac{\partial z}{\partial x \partial y} = 8y^3 \operatorname{Cos} x - 2x^2 y + 4$	$\frac{\partial z}{\partial x} = -15x^2 \operatorname{Cos} y + 4xy^3 - 4y^2 + y$ $\frac{\partial z}{\partial y} = 5x^3 \operatorname{Sin} y + 6x^2 y^2 - 8xy + x - 1$ $\frac{\partial z}{\partial x \partial y} = 15x^2 \operatorname{Sin} y + 12xy^2 - 8y + 1$

**Критерии оценивания:**

№ задания	Количество баллов	баллы	проценты	оценка
1	30	30-40 60-70 100	30-40% 60-70% 100%	3 4 5

## 5.2. Задания для промежуточной аттестации

Предметом оценки являются умения и знания. Контроль и оценка осуществляется в форме дифференцированного зачёта, который проводится письменно, по билетам.

### 5.2.1 Вопросы для подготовки к дифференцированному зачёту

1. Матрицы, действия над матрицами.
2. Определители 1-го, 2-го, 3-го порядков. Правило треугольников.
3. Определители  $n$ -го порядка. Теорема Лапласа.
4. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
5. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
6. Система линейных уравнений. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
7. Векторы и операции над ними.
8. Проекция вектора на ось и ее свойства.
9. Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат.
10. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
11. Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах.
12. Предел функции при  $x$ , стремящемся к бесконечности. Замечательные пределы. Число  $e$ .
13. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точка непрерывности функции. Точка разрыва функции. Свойства непрерывных функций. Приращение аргумента. Приращение функции.
14. Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной.
15. Таблица производных. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.
16. Схема исследования функции. Область определения функции. Множество значений функции. Четность и нечетность функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства функции. Возрастание и убывание функции, правило нахождения промежутков монотонности. Точки экстремума функции, правило нахождения экстремумов функции.
17. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Исследование функции с помощью второй производной.
18. Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
19. Таблица неопределенных интегралов.
20. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки); метод интегрирования по частям.
21. Определенный интеграл. Понятие интегральной суммы. Достаточное условие существования определенного интеграла (интегрируемости функции).
22. Основные свойства определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла.
23. Методы вычисления определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.
24. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
25. Функции нескольких переменных. Частные производные.
26. Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Задача Коши.
27. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
28. Методы решения дифференциальных уравнений.

29. Понятие числового ряда. Сходимость и расходимость числовых рядов.
30. Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения. Признак Даламбера.
31. Понятие знакочередующегося ряда. Признак сходимости Лейбница.
32. Абсолютная и условная сходимость знакопеременного ряда.
33. Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
34. Понятие события. Достоверные, невозможные, совместные, несовместные, противоположные события. Классическое определение вероятности.
35. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей.
36. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины.
37. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Отклонение случайной величины. Дисперсия дискретной случайной величины. Среднее квадратичное отклонение случайной величины.

### 5.2.2 Практические задания дифференцированного зачёта

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{3x}\right)^{5x}$ .
2. Вычислить пределы:
  - а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 1}{2x^4 + x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x}{x^2 - 4}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2x}$ .
3. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 5x}$ .
4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$ .
5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{x^2 - 2x}$ .
6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 10x + 16}{x - 8}$ .
7. Исследовать функцию  $f(x) = \frac{5x}{x-6}$  на непрерывность в точке  $x_0 = 6$ .
8. Исследовать функцию  $f(x) = 3x^2 - x^3$  и построить ее график.
9. Вычислить значение производной следующих функций в точке  $x_0 = 4$ :
  - а)  $f(x) = 8x^2 - \ln x$ ; б)  $f(x) = x^3 + 5x$ .
10. Найти производную функции  $y = (x^4 - 5x^2 + x)^7$ .
11. Найти производную функции  $y = \frac{11x - 8}{2x + 4}$ .
12. Найти производную функции  $y = e^{2x^5 - 8}$ .
13. Найти производную функции  $y = \ln(8x^4 - 3x^2 + 2)$ .
14. Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{4 - x^3 + x^2 - 2x}{x} dx$ .
15. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx$ .
16. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int (6x + 11)^4 dx$ .

17. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int \cos(6x-1)dx$ .
18. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int \sin^6 x \cdot \cos x dx$ .
19. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^3 (5x+1)dx$ .
20. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^1 (x-5)xdx$ .
21. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^2 \frac{2x^3 + x^4}{x^2} dx$ .
22. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 5t^2 + 4t + 2$  (м/с). Найти путь  $s$ , пройденный точкой за 4 с от начала движения.
23. Вычислить объем тела, полученного от вращения фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 3$ , вокруг оси  $Ox$ .
24. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ .
25. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 9y' + 20y = 0$ .
26. Решить задачу Коши:  $y' = 6x^2 + 4x$ ,  $y(1) = 9$ .
27. Решить дифференциальное уравнение  $y' = 11x$ .
28. В одной корзине находятся 5 белых и 10 черных шаров, в другой – 4 белых и 11 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными.
29. В лотерее 1000 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и десять выигрышей по 100 рублей. Пусть  $X$  – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины  $X$ .
30. Случайная величина  $X$  задана законом распределения:

4	6	7
0,4	0,5	0,1

Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение этой случайной величины  $X$ .

Критерии оценивания:

1	Решение должно быть математически грамотным;
2	Должен быть понятен ход рассуждения автора работы;
3	Решение может быть произвольным
4	Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения
5	Можно использовать без доказательств и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных Министерством образования и науки РФ

## **6. Рекомендуемая литература и иные источники**

### **Основная литература**

1. Новак Е.В. Высшая математика: Алгебра: [учеб.пособие] / Е.В.Новак, Т.В.Рязанова, И.В. Новак; [под общ.ред. Т.В.Рязановой]; М-во образования и науки Рос.Федерации, Урал.федер.ун-т. – Екатеринбург: Изд-во Урал.ун-та, 2018.

### **Дополнительная литература**

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. и др. Геометрия, 10-11 классы: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. – М. Просвещение, 2018.
2. Камалова Л.Ш. Учебное пособие. Сборник тестовых заданий по математике. Раздел: Тригонометрия.
3. Клово А.Г., Мальцева Д.А., АбзелиловаЛ.И. Математика. Сборник тестов по плану ЕГЭ – 2010: учебно-методическое пособие. – М.: НИИ школьных технологий, 2019.
4. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования – М.: издательский центр «Академия», 2018.
5. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования – М.: издательский центр «Академия», 2019.
6. Журналы: Математика в школе.

### **Интернет-ресурсы**

1. Вся элементарная математика: Средняя математическая интернет-школа <http://school.msu.ru>
2. Газета «Математика» издательского дома «Первое сентября» <http://mat.1september.ru>
3. Математика в Открытом колледже <http://math.oumet.ru>
4. Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов [http://school\\_collection.edu.ru/collection/matematika/](http://school_collection.edu.ru/collection/matematika/)
5. Общероссийский математический портал Math\_Net.Ru <http://www.mathnet.ru>

Перечень практических работ для освоения дисциплины

**Практическое занятие №1**

Тема: Действия с матрицами: сложение, умножение матрицы на число, умножение матриц

Цель работы: развитие умений и навыков по выполнению действий с матрицами.

Вариант 1

1. Найти матрицу  $C=A+3B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

Вариант 2

1. Найти матрицу  $C=2A -B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

Вариант 3

1. Найти матрицу  $C=3A+B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

Вариант 4

1. Найти матрицу  $C=A- 4B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

**Практическое занятие №2**

Тема: Определитель матрицы. Определители 2-го и 3-го порядков.

Цель работы: развитие умений и навыков по вычислению определителей 2-го и 3-го порядков.

Вариант 1

1. Найти матрицу  $C=4A-B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

Вариант 2

1. Найти матрицу  $C=A+2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

### Практическое занятие №3

Тема: Обратная матрица

Цель работы: развитие умений и навыков нахождения обратной матрицы.

Найдите обратную матрицу:

$$1. \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

### Практическое занятие №4

Тема: Системы линейных уравнений с тремя неизвестными

Цель работы: развитие умений и навыков по вычислению систем линейных уравнений с тремя неизвестными.

Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы и по формулам

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 10 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 23 \\ x_2 + 2x_3 = 13 \end{cases}$$

Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы и по формулам

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5 \end{cases}$$

### Практическое занятие №5

Тема: Решение СЛАУ по формулам Крамера

Цель работы: развитие умений и навыков по решению СЛАУ по формулам Крамера.

Вариант 1

$$\text{Дана система уравнений} \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5. \end{cases}$$

Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы и по формулам Крамера.

Вариант 2

Дана система уравнений 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы и по формулам Крамера.

### Практическое занятие №6

Тема: Множества и операции над ними

Цель работы: развитие умений и навыков по выполнению операций с множествами.

*Вариант №1*

1. Найти объединение множеств А и В, если  
 $A = \{\text{математика}\}; B = \{\text{множество}\}.$
2. Найдите пересечение множеств:  
 $A = \{26, 39, 5, 58, 27, 81\}$  и  $B = \{27, 26, 58\}.$
3. Найдите разность множеств, если  
 $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, D = \{1, 3, 5, 7, 8\}.$
4. Изобразите при помощи кругов Эйлера высказывания:
  - а) Все числа, кратные 6, кратны и 3;
  - б) Среди чисел, кратных 7, есть и числа кратные 5;
  - в) Среди нечётных чисел нет ни одного числа, которое делилось бы на 4.

*Вариант №2*

1. Укажите характеристическое свойство элементов множества:  
 $A = \{\text{зима; весна; лето; осень}\}.$
2. Найдите объединение множеств А и В, если  
 $A = \{\text{информатика}\}; B = \{\text{множество}\}.$
3. Найдите пересечение множеств:  
 $A = \{a, б, в, г, д, ю, ж, з\}$  и  $B = \{и, ж, к, л, ю, д, ф, к, у\};$
4. Найдите разность числовых множеств  
 $[-6; -5; -4; 1; 2; 3; 7]$  и  $[-2; -1; 0; 1; 2; 3; 6; 9].$

### Практическое занятие №7

Тема: Арифметические операции над комплексными числами

Цель работы: развитие умений и навыков по выполнению арифметических операций над комплексными числами.

Вариант 1

Выполнить арифметические действия над комплексными числами

1.  $(3+5i)+(7-2i)$ .
2.  $(2+3i)\cdot(5-7i)$ .
3.  $(3-2i)^2$ .
4.  $\frac{5-7i}{5+7i}$ .

Решить квадратное уравнение

5.  $x^2-4x+13=0$ .

Вариант 2

Выполнить арифметические действия над комплексными числами

1.  $(-2+3i)+(7-2i)$ .
2.  $(3-2i)\cdot(7-i)$ .
3.  $(3+2i)^2$ .
4.  $\frac{2+3i}{2-3i}$ .

Решить квадратное уравнение

5.  $2,5x^2+x+1=0$ .

### Практическое занятие №8

Тема: Вычисление пределов.

Цель работы: развитие умений и навыков по вычислению пределов элементарных функций.

Вариант 1

5. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 15}$
6. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 5}{3x - 6}$ .
7. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 9} - 3}{x}$ .
8. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{11}{x}$ .

Вариант 2

5. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}$ .
6. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 6}{2x - 4}$ .
7. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + 3}{\sqrt{x + 4} - 1}$ .
8. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$ .

### Практическое занятие №9

Тема: Вычисление производных.

Цель работы: Проверить на практике знание понятия производной функции, умение находить производные элементарных функций, сложных функций, обратных функций, пользуясь таблицей производных и правилами дифференцирования, понятием сложная и обратная функция.

Вариант 1

5. Найти производную функции  $y = 3x^2 - 5x + 6$ .
6. Найти производную второго порядка функции  $y = 3x^4 + \cos 5x$ .
7. Материальная точка движется по закону  $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 2

5. Найти производную функции  $y = x^7 - 4x^{15} - 3x^2 + 5$ .
6. Найти производную второго порядка функции  $y = 2x^5 - \sin 3x$ .
7. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^3 - 4t^2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

### Практическое занятие №10

Тема: Исследование функции с помощью производной (8 ч.)

Цель работы: Проверить на практике знание понятия производной функции, понимание геометрического смысла производной, умение применять их для решения задач, умение находить производные функций, умение находить промежутки возрастания и убывания функции, экстремумы, промежутки выпуклости, точки перегиба, асимптоты функции,

применять полученные знания при построении графика функции и исследовании функции по общей схеме.

Сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций:

1.  $c' =$

2.  $(x^\alpha)' =$

В частности,  $x' =$

$$(x^2)' =$$

$$(x^3)' =$$

$$(\sqrt{x})' =$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' =$$

3.  $(kx+b)' =$

4.  $(a^x)' =$

В частности,  $(e^x)' =$

5.  $(\log_a x)' =$

В частности,  $(\ln x)' =$

$$(\lg x)' =$$

6.  $(\sin x)' =$

7.  $(\cos x)' =$

8.  $(\operatorname{tg} x)' =$

9.  $(\operatorname{ctg} x)' =$

10.  $(\arcsin x)' =$

11.  $(\arccos x)' =$

12.  $(\operatorname{arctg} x)' =$

13.  $(\operatorname{arcctg} x)' =$

#### ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

14.  $(u+v)' =$

15.  $(u-v)' =$

16.  $(uv)' =$

17.  $(cu)' =$

18.  $\left(\frac{u}{v}\right)' =$

В частности,  $\left(\frac{1}{v}\right)' =$

#### ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

19.  $f(\varphi(x))' =$

Исследовать функцию и построить её график.

Вариант 1  $f(x) = x^2 - 2x + 8$ .

Вариант 2  $f(x) = -\frac{2x^2}{3} + x + \frac{2}{3}$ .

Вариант 3  $f(x) = -x^2 + 5x + 4$ .

Вариант 4  $f(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{16} + \frac{1}{4}$ .

### Практическое занятие №11

Тема: Первообразная и неопределённый интеграл

Цель работы: проверить на практике знание понятия неопределённого интеграла, умение вычислять табличные интегралы, умение вычислять неопределённый интеграл методом введения новой переменной и интегрирования по частям.

Вариант 1

Найти неопределённые интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

10.  $\int \left( 5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx$ .

11.  $\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx$ .

12.  $\int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx$ .

13.  $\int \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$ .

14.  $\int \frac{dx}{1+16x^2}$ .

Найти неопределённые интегралы методом подстановки (для № 6-8).

15.  $\int (8x - 4)^3 dx$ .

16.  $\int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx$ .

17.  $\int x^5 \cdot e^{x^6} dx$ .

18. Найти неопределённый интеграл методом интегрирования по частям:  $\int (x + 5) \cos x dx$ .

Вариант 2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

$$10. \int \left( 6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$11. \int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$$

$$12. \int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx.$$

$$13. \int \left( \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$$

$$14. \int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}.$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$15. \int (7x+5)^4 dx.$$

$$16. \int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx.$$

$$17. \int x^7 \cdot e^{x^8} dx.$$

$$18. \text{Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: } \int (x-2) \sin x dx.$$

## Практическое занятие №12

Тема: Практическое применение определённых интегралов.

Цель работы: развитие умений и навыков по вычислению пределов.

Записать табличные интегралы:

$$1. \int 0 dx =$$

$$2. \int x^\alpha dx =$$

$$\text{В частности, } \int dx =$$

$$3. \int \frac{dx}{x} =$$

$$4. \int a^x dx =$$

В частности,  $\int e^x dx =$

5.  $\int \cos x dx =$

6.  $\int \sin x dx =$

7.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} =$

8.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x} =$

9.  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} =$

В частности,  $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} =$

10.  $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} =$

В частности,  $\int \frac{dx}{1 + x^2} =$

#### Вариант 1

6. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx$ .

7. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:  $\int_2^3 (2x - 1)^3 dx$ .

8. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = 2$ .

9. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 3t^2 + 2t + 1$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за 10 сот начала движения.

#### Вариант 2

6. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$ .

7. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:  $\int_0^1 (3x+1)^4 dx$ .
8. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$ .
9. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 9t^2 - 8t$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за четвертую секунду.

### Практическое занятие №13

Тема: Дифференциальные уравнения первого порядка с разделёнными переменными

Цель работы: развитие умений и навыков по вычислению дифференциальных уравнений первого порядка с разделёнными переменными.

Вариант 1

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

13.  $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x$ ,  $y'' + 4y' - 5y = 0$ .

14.  $y = c_1 e^x + c_2 x e^x$ ,  $y'' + 2y' + y = 0$ .

15.  $y = \frac{8}{x}$ ,  $y' = -\frac{1}{8} y^2$ .

16.  $y = e^{4x} + 2$ ,  $y' = 4y$ .

17. Решить задачу Коши:  $y' = 4x^3 - 2x + 5$ ,  $y(1) = 8$ .

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-11).

18.  $y' = \frac{1}{\cos^2 x} + x^4$ .

19.  $y' = -6y$ .

20.  $y' = \frac{x-1}{y^2}$ .

21.  $y' - 3y + 5 = 0$ .

22.  $y'' - 7y' + 10y = 0$ .

23.  $y'' + 4y' + 4y = 0$ .

Вариант 2

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

13.  $y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x}$ ,  $y'' + 4y' + 4y = 0$ .

14.  $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^x$ ,  $y'' - y' - 6y = 0$ .

15.  $y = e^{3x} - 5$ ,  $y' = 3y + 15$ .

16.  $y = \frac{5}{x}$ ,  $y' = -y^2$ .

17. Решить задачу Коши:  $y' = 3x^2 - 2x + 6$ ,  $y(2) = 19$ .

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-11).

18.  $y' = 8y$ .

19.  $y' = \frac{2x}{y^2}$ .

20.  $y' = \frac{y}{1+x^2}$ .

21.  $y' + 8y - 3 = 0$ .

22.  $y'' + 8y' + 16y = 0$ .

23.  $y'' - y' - 12y = 0$ .

## Практическое занятие №14

Тема: Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

Цель работы: развитие умений и навыков по вычислению дифференциальных уравнений.

1. Сформулировать общие положения при составлении дифференциального уравнения по условию задачи.
2. Записать дифференциальное уравнение показательного роста и показательного убывания и получить его решение. Привести примеры прикладных задач, решаемых с его помощью.
3. Сформулировать задачу о радиоактивном распаде, записать для неё дифференциальное уравнение.
4. Сформулировать задачу о гармонических колебаниях, записать дифференциальное уравнение гармонических колебаний.

5. Сформулировать задачу о падении тел в атмосферной среде, записать для неё дифференциальное уравнение.

### Практическое занятие № 15

Тема: Дифференциальные уравнения первого порядка методом Бернулли и Коши.

Цель работы: развитие умений и навыков по вычислению дифференциальных уравнений первого порядка методом Бернулли и Коши.

12. Из корзины, в которой находятся 4 белых и 7 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется чёрным.

13. Определить вероятность появления «герба» при бросании монеты.

14. В корзине 20 шаров: 5 синих, 4 красных, остальные чёрные. Выбирают наудачу один шар. Определить, с какой вероятностью он будет цветным.

15. Событие  $A$  состоит в том, что станок в течение часа потребует внимания рабочего. Вероятность этого события составляет 0,7. Определить, с какой вероятностью станок не потребует внимания.

16. В одной корзине находятся 4 белых и 8 чёрных шаров, в другой – 3 белых и 9 чёрных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.

17. Бросают две монеты. Определить, с какой вероятностью появится «герб» на обеих монетах.

18. В лотерее 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и двадцать выигрышей по 50 рублей. Пусть  $X$  – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины  $X$ .

19. Случайная величина  $X$  задана законом распределения:

1	4	6
0,1	0,6	0,3

Найти её математическое ожидание.

20. Согласно статистике, вероятность того, что двадцатипятилетний человек проживет еще год, равно 0,992. Компания предлагает застраховать жизнь на год на 1000 у.е. с уплатой 10 у.е. взноса. Определить, какую прибыль ожидает компания от страховки одного двадцатипятилетнего человека.

21. Случайная величина  $X$  задана законом распределения:

1	5	8
0,1	0,2	0,7

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение этой случайной величины  $X$ .

22. Случайные величины  $X$  и  $Y$  заданы законом распределения. Найти математическое ожидание этих случайных величин и определить по таблицам, какая из данных величин более рассеяна. Подсчитать дисперсии  $D(X)$  и  $D(Y)$ . Убедиться, что  $D(X) > D(Y)$ .

$X$	2	20	28	50
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$Y$	23	25	26
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$